

Информатика.9 класс

Решения и ответы

Вариант 1.

№	Правильный ответ
1.	$900=5^2 * 3^2 * 2^2$. Посчитаем сколько чисел делятся на 5, 3, 2. $900/5=180$, $900/3 = 300$, $900/2 = 450$. Посчитаем сколько чисел делятся на 5 и 3, 3 и 2, 5 и 2: $900/15=60$, $900/6=150$, $900/10=90$ Посчитаем сколько чисел делится на $5*3*2=30$ $900/30=30$. Воспользуемся формулой включений и исключений: $(180+300+450)-(60+150+90)+30=660$. Тогда чисел взаимно простых с 900 и меньших его $900 - 660 = 240$. Ответ: 240
2.	Сначала найдем число решений уравнения для положительный целых: Это есть число способов расставить три стенки между 15 предметами (т.е. выборка 3 элементов из 18) $(18!)/(15!3!) = (16*17*18)/6=816$. Теперь найдём число решений уравнений, считая, что выбранная нами переменная приняла значение большее 5. Число таких решений равно количеству способов расставить 3 стенки между 9 объектами (выборка 3 из 12) $(12!)/(3!9!) = (10*11*12)/6=220$. Число вариантов выбрать неизвестную переменную, которая приняла значение большее 5 есть 4. Тогда получаем $4*220=880$ вариантов решения, где одна из переменных приняла значение больше 5. Будем считать, что какие-то две переменные приняли значение больше 5. (число способов выбрать эти переменные равно 6) Число таких решений равно количеству вариантов расставить 3 стенки между 3 объектами (выборка 3 из 6) $6!/(3!3!)=(4*5*6)/6=20$. Тогда всего получаем $6*20=120$ таких решений. Используя формулу включений и исключений получаем, что число интересующих нас решений равно $816 - 880 + 120 = 56$. Ответ: 56.
3.	Условие задачи даёт нам линейное сравнение $4*x$ сравнимо с 4 по модулю 38. Это сравнение эквивалентно линейному уравнению с двумя неизвестными $4*x-38*q= 14$, которое имеет решение, так как НОД(4,38) делит 14. НОД(4,38) есть число решений.

	$4*(-9)-38*(-1)=2$, откуда находим два решения сравнения 15, 32. Ответ: 13, 32.
4.	Условие задачи даёт нам систему линейных сравнений: $x \equiv 8 \pmod{25} = m_1$ $x \equiv 7 \pmod{9} = m_2$ $x \equiv 2 \pmod{7} = m_3$ Введём $n_1=63, n_2=175, n_3=225$, где $n_i = m_1 * m_2 * m_3 / m_i$ ($i=1,2,3$) $(-5)*m_1 + 2*n_1 = 1 \quad 2*n_1 = e_1$ $9*m_2 + (-2)*n_2 = 1 \quad (-2)*n_2 = e_2$ $(-32)*m_3 + 1*n_3 = 1 \quad 1*n_3 = e_3$ Тогда решение есть $8*e_1 + 7*e_2 + 2*e_3 = -992$ $-992 \equiv 583 \pmod{m_1 * m_2 * m_3}$. Ответ: 583.
5.	Пример программы(на C++). <pre> #include <iostream> using namespace std; int main(){ long long ans = 0, ne = 0; int n, d, mn = 1000000000; cin >> n; for(int i=0; i<n; ++i){ cin >> d; ans += d; if(d%2){ mn = min(mn, d); ++ne; } } if(ne%2){ ans -= mn; } cout << ans; } </pre>

Вариант 2.

№	Правильный ответ
1.	$784 = 2^4 * 7^2$ Посчитаем сколько чисел делится на 2, 7: $784/2=392$, $784/7=112$. Посчитаем сколько чисел делится на 2 и 7: $784/14=56$. Воспользуемся формулой включений и исключений: $392+112 - 56 = 448$. Тогда чисел взаимно простых с 784 и меньших его $784 - 448 = 336$. Ответ: 336
2.	Сначала найдем число решений уравнения для положительных целых: Это есть число способов расставить три стенки между 14 предметами(т.е. выборка 3 элементов из 17) $(17!)/(14!3!) = (15*16*17)/6=680$. Теперь найдём число решений уравнений, считая, что выбранная нами переменная приняла значение большее 4. Число таких решений равно количеству способов расставить 3 стенки между 9 объектами (выборка 3 из 12) $(12!)/(3!9!) = (10*11*12)/6=220$. Число вариантов выбрать неизвестную переменную, которая приняла значение большее 5 есть 4. Тогда получаем $4*220=880$ вариантов решения, где одна из переменных приняла значение больше 5. Будем считать, что какие-то две переменные приняли значение больше 4. (число способов выбрать эти переменные равно 6) Число таких решений равно количеству вариантов расставить 3 стенки между 4 объектами (выборка 3 из 7) $7!/(4!3!)=(5*6*7)/6=35$. Тогда всего получаем $6*35=210$ таких решений. Используя формулу включений и исключений получаем, что число интересующих нас решений равно $680 - 880 + 210 = 10$. Ответ: 10.
3.	Условие задачи даёт нам линейное сравнение $6*x$ сравнимо с 15 по модулю 33. Это сравнение эквивалентно линейному уравнению с двумя неизвестными $6*x-33*q=15$, которое имеет решение, так как НОД(6,33) делит 15. НОД(6,33) есть число решений. $6*(-5)-33*(-1)=3$, откуда находим два решения сравнения 8, 19. Ответ: 8, 19.
4.	Условие задачи даёт нам систему линейных сравнений: x сравнимо с 16 по модулю 17= m_1 x сравнимо с 4 по модулю 7= m_2 x сравнимо с 2 по модулю 5= m_3

	Введём $n_1=35, n_2=85, n_3=119$, где $n_i = m_1 * m_2 * m_3 / m_i$ ($i=1,2,3$) $(-2)*m_1 + 1*n_1 = 1 \quad 1*n_1 = e_1$ $(-7)*m_2 + 1*n_2 = 1 \quad 1*n_2 = e_2$ $24*m_3 + (-1)*n_3 = 1 \quad (-1)*n_3 = e_3$ Тогда решение есть $16*e_1 + 4*e_2 + 2*e_3 = 662$ 662 сравнимо с 67 по модулю $m_1 * m_2 * m_3$. Ответ: 67.
5.	Пример программы(на C++). <pre> #include <iostream> using namespace std; int main(){ long long ans = 0, ne = 0; int n, d, mn = 1000000000; cin >> n; for(int i=0; i<n; ++i){ cin >> d; ans += d; if(d%2){ mn = min(mn, d); ++ne; } } if(ne%2){ ans -= mn; } cout << ans; } </pre>

Вариант 3.

№	Правильный ответ
1.	Объём в байтах $20 \cdot 64 \cdot 256 \cdot 2$. Следовательно, в килобайтах $20 \cdot 64 \cdot 256 \cdot 2 / 1024 = 640$.
2.	Число способов распределить работу между 10 учениками есть число перестановок с повторениями 10 элементов трёх видов: 2 первого, 3 второго и 5 третьего. Это число равно $(10!)/(2!5!3!)$. Число вариантов выбрать 10 учеников из 12 равно $(12!)/(2!10!)$. Таким образом число способов распределить работу между учениками класса есть $(10!)/(2!5!3!) \cdot (12!)/(2!10!) = 166320$. Ответ: 166320.
3.	Из условия задачи получаем сравнение: x^4 сравнимо с 13 по модулю 27. Рассмотрим степени 2 по модулю 27 и заметим, что 2^9 сравнимо с -1 по модулю 27. Значит, 2^{18} сравнимо с 1 по модулю и 18 наименьшее натуральное число такое, что 2^b сравнимо с 1 по модулю 27. Следовательно, если есть какое-то решение этого сравнение его можно представить в виде 2^u , где u какое то натуральное. тогда можно перейти к сравнению $2^{(4 \cdot u)}$ сравнимо с $2^{(8)}$ модулю 27. Это сравнение эквивалентно сравнению 4^u сравнимо с 8 по модулю 18. Откуда сразу находим два решения $u=2$ и $u=11$. Тогда решением сравнения будет 2^2 и 2^{11} Ответ: 4, 23.
4.	Пример программы(на C++). <pre>#include <iostream> using namespace std; int main(){ long long ans = 0, ne = 0; int n, d, mn = 1000000000; cin >> n; for(int i=0; i<n; ++i){ cin >> d; ans += d; if(d%2){ mn = min(mn, d); ++ne; } } if(ne%2){ ans -= mn; } }</pre>

	<pre> } cout << ans; } </pre>
5.	$(k_0 + k_1 * 10 + k_2 * 100 + k_3 * 1000 + k_4 * 10000) / (k_0 + k_1 + k_2 + k_3 + k_4) \leq 10000$. Для 10000 достигается равенство. Ответ: 10000.